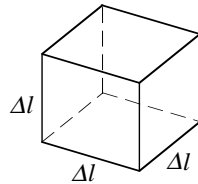


## 7

### Elastische Energie

Bei der durch äußere Kräfte erzwungenen Deformation des materiellen elastischen Körpers leisten die Kräfte bei der Verschiebung ihrer Angriffspunkte Arbeit, die als elastische Energie im Körper gespeichert wird. Wegen des Hookeschen Gesetzes kann man die elastische Energiedichte in den Parametern des Spannungszustandes oder des Deformationszustandes beschreiben.



Ein infinitesimales Volumenelement mit den Kantenlängen  $\Delta l$  parallel zu den lokalen Hauptspannungsrichtungen hat im belasteten Zustand mit den drei Hauptspannungen  $\sigma_H$  die Kantenlängen  $\Delta l(1 + \varepsilon_H)$ , wobei

$$\varepsilon_H = \frac{1+\nu}{E} \left\{ \sigma_H - \frac{\nu}{1+\nu} \underbrace{(\sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III})}_s \right\}, \quad H = I, II, III$$

gilt. Auf die Oberflächen des Volumenelements wirken die Kräfte  $\sigma_H(\Delta l)^2$ .

Werden die Hauptspannungen um  $d\sigma_H$  geändert, so ändern sich auch die Hauptdehnungen um

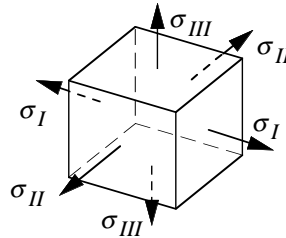
$$d\varepsilon_H = \frac{1+\nu}{E} \left( d\sigma_H - \frac{\nu}{1+\nu} ds \right)$$

und dabei leisten die Kräfte am Volumenelement die Arbeit

$$dW = \sum_{H=I}^{III} \sigma_H (\Delta l)^2 (d\varepsilon_H \Delta l) = \sum_{H=I}^{III} \sigma_H d\varepsilon_H \Delta V.$$

### Elastic Energy

When external forces deform an elastic body, these forces perform work as their points of application are displaced. This work is stored in the body as elastic energy. Because of Hooke's law one can describe the elastic energy density with the parameters of the stress state or of the strain state.



An infinitesimal volume element with initial edge lengths of  $\Delta l$  parallel to the local principal stress directions has the edge lengths  $\Delta l(1 + \varepsilon_H)$  at a state loaded with the three principal stresses  $\sigma_H$ , where

holds. The forces  $\sigma_H(\Delta l)^2$  act on the surfaces of the volume element.

If the principal stresses change by  $d\sigma_H$ , the principal strains change as well by

and the work done by the forces on the volume element then is